



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ:

Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. для гимназій мужскихъ и женскихъ, реальныхъ училищъ, прогимназій, городскихъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій; Гл. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-учебныхъ заведеній.

№№ 1–48 ОДОБРЕНЫ

Уч. Ком. при Св. Синодѣ для духовныхъ семинарій и училищъ.

VII Семестра №№ 6-й и 7-й.

ЭКШ

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнеревъ и К°, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Бибиковскій бульваръ, домъ № 8-б.
1889.

Содержаніе № 78.

Содержаніе № 79.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ НА
„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ"
СЪ ПЕРЕСЫЛКОЮ:

на годъ—всего 24 №№ . . . . **6** рублей | на полугодіе—всего 12 №№ . . . **3** рубля.

NB. Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Учителя нач. училищъ и всѣ учащіеся, при непосредственныхъ сношеніяхъ съ редакціей, могутъ подписываться на льготныхъ условіяхъ:

на годъ . . . . . . **4** рубля | на полугодіе . . . . **2** рубля.

Годовая подписка принимается только съ 1-го января, а полугодовая—только на учебные семестры, съ 1-го января и съ 20-го августа.

Допускается разсрочка подписной платы.

Отдѣльные комплекты №№ за истекшіе учебные семестры (I, II, III, IV, V и VI) продаются по 2 р. 50 к., а льготнымъ подписчикамъ и книгопродавцамъ по 2 р. за каждый.

Полный комплектъ всѣхъ 72 №№ журнала, вышедшихъ до 20-го авг. 1889 года, продается подписчикамъ и книгопродавцамъ за 12 рублей.

За перемѣну адреса подписчики уплачиваютъ 10 коп.

При покупкѣ собственныхъ изданій редакціи „Вѣстника" подписчики пользуются 20% уступки съ цѣны съ пересылкой, объявленной въ каталогѣ изданій.

Условія помѣщенія объявленій
на обертках №№ „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики":

Вся страница—**6** рублей; $^1/_2$ стр.—**3** рубля; $^1/_3$ стр.—**2** рубля; $^1/_4$ стр.—**1** рубъ **50** коп.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы.

Подписчики „Вѣстника" при помѣщеніи своихъ объявленій пользуются 20% уступки.

Условія сотрудничества:

Всѣ читатели журнала приглашаются быть сотрудниками и корреспондентами.

Сотрудничество не даетъ права на даровой экземпляръ журнала.

Денежнаго гонорара за статьи редакія никому не платитъ.

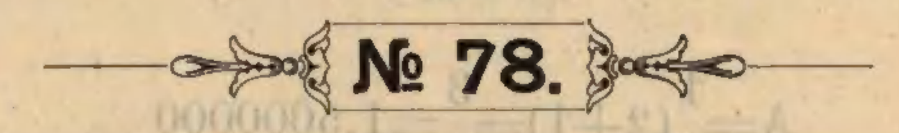
Редакція не беретъ на себя обязательства обратной пересылки присылаемыхъ авторами рукописей, и на вопросы касательно времени печатанія статей, причинъ ихъ непомѣщенія и пр. всегда отвѣчать не обѣщаетъ.

Чертежи къ статьямъ должны быть возможно простые, тщательно исполненные на отдѣльной бумагѣ (а не въ текстѣ рукописи) и возможно малыхъ размѣровъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, высылается, въ случаѣ если они того пожелаютъ, 5 экз. тѣхъ №№ „Вѣстника", въ которыхъ статьи напечатаны, или—взамѣнъ этого—25 отдѣльныхъ оттисковъ безплатно. Отдѣльные оттиски въ большемъ количествѣ экземпляровъ могутъ быть заготовлены за счетъ авторовъ, при условіи своевременнаго о томъ извѣщенія редакціи.

Адресъ: Кіевъ, Редакція „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики", Паньковская № 23.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



VII Сем. **11 Октября 1889 г.** **№ 6.**

Среднія величины: ариѳметическая, геометрическая и гармоническая.

1. Опредѣленія: *I. Средняя ариѳметическая нѣсколькихъ чиселъ равна суммѣ этихъ чиселъ, раздѣленной на число ихъ.*

II. Средняя геометрическая нѣсколькихъ чиселъ есть такое число, логариѳмъ котораго есть средняя ариѳметическая логариѳмовъ этихъ чиселъ.

III. Средняя гармоническая нѣсколькихъ чиселъ есть такое число, обратное котораго есть средняя ариѳметическая чиселъ обратныхъ даннымъ.

Мы будемъ обозначать среднюю ариѳметическую чрезъ A или a, среднюю геометрическую черезъ G или g, среднюю гармоническую черезъ H или h.

2. Задачи: *Найти среднія: ариѳметическую, геометрическую и гармоническую двухъ данныхъ чиселъ m и n.*

I. По опредѣленію

$$A=\frac{1}{2}(m+n). \qquad (1)$$

II. По опредѣленію

$$\log G=\frac{1}{2}(\log m+\log n)$$

отсюда

$$\log G=\frac{1}{2}\log mn=\log\sqrt{mn},$$

$$G=\sqrt{mn}. \qquad (2)$$

III. По опредѣленію

$$\frac{1}{H}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$$

отсюда

$$H=\frac{2mn}{m+n}. \qquad (3)$$

3. Примѣръ. Пусть $m=2$, $n=1$.
Тогда

$$A=\frac{1}{2}(2+1)=\frac{3}{2}=1,5000000$$

$$G=\sqrt{2.1}=\sqrt{2}=1,4142136$$

$$H=\frac{2.2.1}{2+1}=\frac{4}{3}=1,3333333$$

4. Очевидно, что, если $m=n$, то $A=G=H=m=n$. Мы будемъ считать во всемъ послѣдующемъ m не равнымъ n, и для простоты разсужденія будемъ всегда полагать $m>n$.

Если числа m и n одинаковыхъ знаковъ, то всѣ три среднія ихъ вещественны. Если же они разныхъ знаковъ, то геометрическая средняя ихъ есть мнимая величина. Мы не будемъ однако здѣсь разсматривать случай разнозначныхъ чиселъ, и положимъ, что оба заданныя числа всегда положительныя. Если бы мы имѣли два отрицательныя числа, то мы бы могли въ нашихъ разсужденіяхъ замѣнить ихъ положительными, руководствуясь слѣдующими очевидными соотношеніями:

$$A(-m,-n)=-A(m,n)$$

$$\pm G(-m,-n)=\pm G(m,n)$$

$$H(-m,-n)=-H(m,n).$$

Знакъ геометрической средней произвольный, ибо G получается извлеченіемъ квадратнаго корня. Мы можемъ условиться считать всегда знакъ G одинаковымъ со знакомъ m и n, т. е. въ нашемъ разсужденіи всегда положительнымъ.

5. Теоремы. I. *Всѣ три среднія величины лежатъ въ предѣлахъ между заданными числами.*

II. *Ариѳметическая средняя есть наибольшая изъ среднихъ, гармоническая—наименьшая.*

Выражая совокупность этихъ положеній въ одной формулѣ, имѣемъ

$$m>A>G>H>n. \qquad (4)$$

Мы докажемъ отдѣльно слѣдующія неравенства:

$$m>A \quad A>G \quad G>H \quad H>n$$

откуда и будетъ слѣдовать (4).

I. Очевидно

$$m=\frac{m+m}{2};$$

но

$$m>n,$$

слѣдовательно

$$m>\frac{m+n}{2},$$

а такъ какъ

$$A=\frac{m+n}{2},$$

то

$$m>A. \qquad (5)$$

II. Изъ формулъ (1) и (2) имѣемъ:

$$A-G=\frac{1}{2}(m+n)-\sqrt{mn}$$

$$=\frac{1}{2}(m-2\sqrt{mn}+n)$$

$$=\frac{1}{2}(\sqrt{m}-\sqrt{n})^2,$$

а это есть величина существенно положительная, итакъ

$$A-G>0 \quad A>G. \qquad (6)$$

III. Изъ формулъ (2) и (3) имѣемъ

$$G-H=\sqrt{mn}-\frac{2mn}{m+n}$$

$$=\frac{\sqrt{mn}}{m+n}(m-2\sqrt{mn}+n)$$

$$=\frac{\sqrt{mn}}{m+n}(\sqrt{m}-\sqrt{n})^2,$$

а это есть опять величина положительная, слѣдовательно

$$G-H>0 \quad G>H. \qquad (7)$$

IV. Очевидно, что

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n}\right);$$

но

$$n < m,$$

слѣдовательно

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right),$$

а такъ какъ

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right),$$

то

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{H}$$

или

$$H > n. \qquad (8)$$

Соединяя формулы (5), (6), (7), (8) имѣемъ

$$m > A > G > H > n$$

что и требовалось доказать.

Такъ напр. при $m=2$, $n=1$ мы имѣемъ

$$A = \frac{3}{2},\quad G = \sqrt{2},\quad H = \frac{4}{3}$$

и

$$2 > \frac{3}{2} > \sqrt{2} > \frac{4}{3} > 1.$$

6. Теорема. *Геометрическая средняя двухъ чиселъ есть также геометрическая средняя ариѳметической средней и гармонической средней этихъ чиселъ.*

Въ самомъ дѣлѣ изъ формулъ (1), (2) и (3)

$$A = \frac{1}{2}(m+n) \qquad G = \sqrt{mn} \qquad H = \frac{2mn}{m+n}$$

слѣдуетъ

$$H = \frac{mn}{\frac{1}{2}(m+n)} = \frac{G^2}{A}$$

$$G^2 = AH$$

или

$$G=\sqrt{AH} \qquad (6)$$

что и требовалось доказать.

Такъ напр. при $m=2$, $n=1$ мы имѣли

$$A=\frac{3}{2} \quad G=\sqrt{2} \quad H=\frac{4}{3}$$

и

$$\sqrt{2}=\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}}.$$

II.

Комбинированныя среднія.

I. Ариѳметически-геометрическая средняя.

7. Возьмемъ два какія-нибудь положительныя числа a и g и пусть $a>g$. Составимъ ихъ ариѳметическую среднюю a_1 и геометрическую среднюю g_1, при чемъ, какъ было доказано выше, будетъ $a>a_1>g_1>g$. Составимъ снова ариѳметическую среднюю a_2 и геометрическую среднюю g_2 чиселъ a_1 и g_1, при чемъ будетъ $a>a_1>a_2>g_2>g_1>g$.

Будемъ продолжать этотъ процессъ дальше, такимъ образомъ мы получимъ два ряда чиселъ:

$$\left.\begin{matrix} a \; a_1 \; a_2 \; \ldots\ldots \\ g \; g_1 \; g_2 \; \ldots\ldots \end{matrix}\right\} \qquad (7)$$

изъ которыхъ первый убывающій, а второй возрастающій и числа перваго ряда всѣ больше чиселъ втораго ряда. Очевидно, что эти ряды стремятся каждый къ нѣкоторому предѣлу. Докажемъ, что они сремятся къ одному и тому-же предѣлу, и для этого докажемъ, что разности $a-g$, a_1-g_1, a_2-g_2,...... стремятся къ нулю.

8. Въ самомъ дѣлѣ изъ опредѣленій имѣемъ

$$a_1=\frac{1}{2}(a+g) \qquad g_1=\sqrt{ag}$$

слѣдовательно

$$a_1{}^2-g_1{}^2=\frac{1}{4}(a+g)^2-ag=\frac{1}{4}(a^2+2ag+g^2-4ag)=\frac{1}{4}(a-g)^2$$

или

$$\frac{a_1-g_1}{a-g}=\frac{1}{4}\,\frac{a-g}{a_1+g_1}=\frac{1}{2}\,\frac{a-g}{a+g+2g_1}.$$

Но такъ какъ $a+g+2g_1$ всегда $> a-g$ ибо всѣ три величины a, g, g_1 положительныя, то правая часть написаннаго равенства $< \frac{1}{2}$ и, слѣдовательно

$$(a_1-g_1) < \frac{1}{2}(a-g);$$

точно также

$$(a_2-g_2) < \frac{1}{2}(a_1-g_1) < \frac{1}{4}(a-g)$$

$$(a_3-g_3) < \frac{1}{2}(a_2-g_2) < \frac{1}{8}(a-g)$$

. . . .

$$(a_n-g_n) < \frac{1}{2}(a_{n-1}-g_{n-1}) < \frac{1}{2^n}(a-g).$$

Съ увеличенiемъ n разность a_n-g_n уменьшается и стремится къ нулю, ибо 2^n стремится къ ∞.

Итакъ ряды (7) стремятся оба къ одному и тому-же предѣлу. Предѣлъ этотъ былъ названъ Гауссомъ, который первый ввелъ въ анализъ это понятie — *ариѳметически-геометрическою* среднею. Такiя среднiя имѣютъ значенie для теорiи нѣкоторыхъ высшихъ трансцендентныхъ функцiй, въ особености такъ называемыхъ эллиптическихъ интеграловъ. Мы будемъ обозначать ариѳметически-геометрическую среднюю черезъ AG.

9. Примѣръ. Пусть $a=2, g=1$. Найти ихъ AG. Вычисленiе по формуламъ

$$a_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}+g_{n-1}) \quad g_n=\sqrt{a_{n-1}g_{n-1}}$$

даетъ слѣдующiй рядъ значенiй:

$a=2.0000000$	$g=1.0000000$
$a_1=1.5000000$	$g_1=1.4142136$
$a_2=1.3737734$	$g_2=1.3731462$
$a_3=1.3734598$	$g_3=1.3734596$
$a_4=1.3734597$	$g_4=1.3734597$
. . . .	. . . .

Итакъ

$$AG(2,1)=1.3734597.$$

10. Какъ видно изъ приведеннаго примѣра величины a_n и g_n весьма быстро сходятся. Какъ бы различны ни были начальныя числа a и g,

послѣ небольшаго числа среднихъ они сходятся весьма близко. Изучимъ подробнѣе быстроту сходимости ряда чиселъ a и g въ томъ случаѣ, когда $a-g$ не больше 1; опредѣлимъ какова разность между двумя значеніями a_n и g_n. Мы имѣли выше

$$a_1-g_1=\frac{1}{4}\frac{(a-g)^2}{a_1+g_1}$$

И, такъ какъ, $a>a_1>g_1>g$

$$a_1-g_1<\frac{1}{4}\frac{(a-g)^2}{g+g} \text{ т. е. } <\frac{(a-g)^2}{8g}.$$

Точно также получимъ

$$a_2-g_2<\frac{(a_1-g_1)^2}{8g_1}<\frac{(a_1-g_1)^2}{8g}$$

или

$$<\frac{(a-g)^4}{(8g)^3},$$

далѣе

$$a_3-g_3<\frac{(a-g)^8}{(8g)^7}$$

. . . .

$$a_n-g_n<\left(\frac{a-g}{8g}\right)^{2^n-1}(a-g).$$

11. Такъ, въ нашемъ примѣрѣ $a=2$, $g=1$, $a-g=1$

$$a_n-g_n<\left(\frac{1}{8}\right)^{2^n-1}$$

т. е.

$$a_1-g_1<\frac{1}{8}\quad a_2-g_2<\frac{1}{8^2}\quad a_3-g_3<\frac{1}{8^4}\quad a_4-g_4<\frac{1}{8^8}\quad a_5-g_5<\frac{1}{8^{16}}\cdots$$

т. е. уже $a_5-g_5<0.00000000000001$ или 5-ыя приближенія a_5, g_5 могутъ уже отличаться только въ 15-омъ десятичномъ знакѣ; 6-ыя приближенія a_6, g_6, уже только въ 29 омъ и т. д.

12. Обратная задача. *Даны два положительныя числа a и g; найти такія два другія числа a_{-1} и g_{-1}, чтобы a было ариѳметическою среднею, а g геометрическою среднею этихъ чиселъ.*

Изъ заданія имѣемъ

$$a=\frac{1}{2}(a_{-1}+g_{-1})\quad g=\sqrt{a_{-1}g_{-1}}$$

Возвышая въ квадратъ получаемъ

$$a_{-1}{}^2+2a_{-1}g_{-1}+g_{-1}{}^2=4a^2$$
$$4a_{-1}g_{-1} \qquad =4g^2$$
$$a_{-1}{}^2-2a_{-1}g_{-1}+g_{-1}{}^2=4(a^2-g^2)$$
$$a_{-1}-g_{-1}=2\sqrt{a^2-g^2}$$
$$a_{-1}+g_{-1}=2a$$
$$a_{-1}=a+\sqrt{a^2-g^2}$$
$$g_{-1}=a-\sqrt{a^2-g^2}$$

что и требовалось найти.

13. Примѣръ. Пусть $a=2$, $g=1$. Тогда

$$a_{-1}=a+\sqrt{a^2-g^2}=2+\sqrt{4-1}=2+\sqrt{3}=2+1.7320506=3.7320506$$
$$g_{-1}=a-\sqrt{a^2-g^2} \qquad =2-1.7320506=0.2679494$$

14. Точно также какъ изъ данныхъ чиселъ a и g мы получили числа a_{-1}, g_{-1}, мы можемъ получить изъ a_{-1}, g_{-1}, два новыя числа a_{-2}, g_{-2}, такія, что a_{-1}, g_{-1} будутъ соотвѣтственно ариѳметическою среднею и геометрическою среднею этихъ новыхъ чиселъ. Продолжая составлять такимъ же образомъ новыя пары, мы получимъ два ряда чиселъ

$$\begin{cases} a,\ a_{-1},\ a_{-2},\ \ldots \\ g,\ g_{-1},\ g_{-2},\ \ldots \end{cases}$$

расходящихся отъ a и g; каждое число перваго ряда больше предъидущаго числа того же ряда, каждое число второго ряда меньше предъидущаго числа того-же ряда, а числа перваго ряда больше чиселъ второго ряда. Вообще

$$\ldots > a_{-2} > a_{-1} > a > g > g_{-1} > g_{-2} > \ldots$$

15. Примѣръ. Продолжая рядъ $a=2$ $g=1$ назадъ, имѣемъ:

$$a \;= 2.0000000 \qquad g = 1.0000000$$
$$a_{-1}= 3.7320506 \qquad g_{-1}=0.2679494$$
$$a_{-2}= 7.4544702 \qquad g_{-2}=0.0096310$$
$$a_{-3}=14.9089340 \qquad g_{-3}=0.0000064$$
$$a_{-4}=29.8178680 \qquad g_{-4}=0.0000000$$
$$\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots$$

Съ возрастаніемъ n рядъ a приближается къ геометрической прогрессіи со знаменателемъ 2.

16. *) Покажемъ, что a_{-n} стремится къ ∞, а g_{-n} къ нулю, съ увеличиваніемъ n. Мы имѣли выше

$$a_{-1}=a+\sqrt{a^2-g^2}$$
$$g_{-1}=a-\sqrt{a^2-g^2}$$

точно также

$$a_{-2}=a_{-1}+\sqrt{a_{-1}{}^2-g_{-1}{}^2}$$
$$g_{-2}=a_{-1}-\sqrt{a_{-1}{}^2-g_{-1}{}^2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_{-(n+1)}=a_{-n}+\sqrt{a_{-n}{}^2-g_{-n}{}^2}=a_{-n}\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2}\right)$$

$$g_{-(n+1)}=a_{-n}-\sqrt{a_{-n}{}^2-g_{-n}{}^2}=a_{-n}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2}\right)$$

Но такъ какъ $a_{-n}>g_{-n}$, то мы можемъ вмѣсто $\sqrt{1-\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2}$ взять рядъ

$$\sqrt{1-\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^4-\cdots$$

или приблизительно

$$1-\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2.$$

Итакъ имѣемъ

$$a_{-(n+1)}=a_{-n}\left(1+1-\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2\right)=\left\{2-\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2\right\}a_{-n}$$

$$g_{-(n+1)}=a_{-n}\left(1-1+\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2a_{-n}.$$

Первое равенство даетъ приблизительно

$$a_{-(n+1)}=2a_{-n}$$

т. е. рядъ величинъ a_{-n} составляетъ приблизительно геометрическую прогрессію со знаменателемъ 2 (какъ мы это видѣли выше на частномъ примѣрѣ) и притомъ тѣмъ ближе къ геометрической прогрессіи, чѣмъ больше мы его продолжаемъ, ибо тогда уменьшается отброшенный членъ

*) Содержаніе этого § будетъ едва-ли понятно для лицъ незнакомыхъ съ началами высшей математики.

$\frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{a_{-n}}\right)^2$ —.... Подставляя въ формулу для $g_{-(n+1)}$ вмѣсто a_{-n} значеніе его, которое получается изъ

$$a_{-n}\, g_{-n} = g^2_{-(n-1)}$$

имѣемъ

$$g_{-(n+1)} = \frac{1}{2}\, \frac{g^3_{-n}}{g^2_{-(n-1)}}$$

или

$$\frac{g_{-(n+1)}}{g_{-n}} = \frac{1}{2}\left(\frac{g_{-n}}{g_{-(n-1)}}\right)^2.$$

Точно также имѣемъ

$$\frac{g_{-n}}{g_{-(n-1)}} = \frac{1}{2}\left(\frac{g_{-(n-1)}}{g_{-(n-2)}}\right)^2$$

и т. д. Отсюда окончательно

$$\frac{g_{-(n+1)}}{g_{-n}} = \frac{1}{2^n}\left(\frac{g_{-1}}{g_0}\right)^{2^n}.$$

Итакъ мы видимъ что рядъ величинъ g_{-n} весьма быстро убываетъ съ увеличеніемъ n. Легко усмотрѣть, что онъ стремится къ нулю и ни одна изъ величинъ g_{-n} не можетъ оказаться отрицательною.

(Окончаніе слѣдуетъ).

І. А. Клейберъ (Спб.).

Гальваническіе элементы Э. К. Шпачинскаго.

(Продолженіе) *).

Перехожу теперь къ вопросу о жидкости для наполненія гальваническихъ бутылокъ.

Я уже раньше упомянулъ **), что неудовлетворительность элемента Де-ля-Рива обусловливается образованіемъ нерастворимой сѣрно-свинцовой соли, сильно увеличивающей внутр. сопротивленіе, и что поэтому употребленіе сѣрной кислоты вообще нежелательно въ элементахъ съ окислами свинца. Тутъ можетъ возникнуть сомнѣніе: почему же въ свинцовыхъ аккумуляторахъ употребляется исключительно сѣрная кислота? Потому что до сихъ поръ электродамъ аккумуляторовъ придавали столь

---

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 72, 73 и 75.

**) См. „Вѣстникъ“ № 73, стр. 7.

значительную поверхность, что образованіе тонкаго слоя сѣрно-свинцовой соли лишь незначительно вліяло на увеличеніе внутренняго сопротивленія, и это неудобство окупалось высокой электровозб. силой комбинаціи: свинецъ | сѣрная кислота | перекись свинца. Но это неудобство—повторяю—было замѣнено другимъ: необходимостью придавать свинцовымъ листамъ въ аккумуляторѣ значительную поверхность. Попытки устранить это употребленіемъ *прессованныхъ* электродовъ, составленныхъ изъ свинцовыхъ опилокъ и перекиси свинца (аккум. Тамина), не увѣнчались успѣхомъ, что я и предсказывалъ еще въ 1886 г. на томъ основаніи, что образованіе сѣрно-свинцовой соли внутри такого агломерата должно очень сильно вліять на увеличеніе внутренняго сопротивленія *). Въ гальваническихъ элементахъ, конечно, невозможно такое черезмѣрное увеличеніе поверхности возстановляемаго электрода, а потому гораздо проще, по моему, вовсе отказаться отъ сѣрной кислоты и подвергнуть испытанію другія жидкости.

Растворы сѣрнокислыхъ солей (натрія, магнія, цинка, аммонія) оказались—какъ и слѣдовало ожидать—малопригодными для настоящей цѣли. Лучше другихъ, какъ мнѣ кажется, дѣйствуетъ растворъ сѣрноамміачной соли, но я не могу привесть числовыхъ данныхъ для сравненія.

Изъ кислотъ я испыталъ еще—безъ успѣха—карболовую и уксусную. Впрочемъ смѣсь уксусной и сѣрной кислоты придаетъ моимъ элементамъ достаточно хорошее постоянство тока, но раствореніе цинка въ такой смѣси мнѣ не удалось прекратить при незамкнутой цѣпи никакимъ амальгамированіемъ.

Изъ галлоидныхъ солей мною испытаны только: поваренная соль, хлористый цинкъ и нашатырь **). Насыщенному раствору этого послѣдняго я отдаю преимущество. Бутылки, наполненныя растворомъ хлористаго цинка, тоже дѣйствуютъ вполнѣ удовлетворительно, и даже, быть можетъ, оказались бы лучшими въ томъ отношеніи, что въ нихъ не образуется двойная соль цинка и аммонія (а только хлоръ-окись цинка), но съ другой стороны нельзя забывать, что хлористый цинкъ довольно дорогъ (около 1 р. фунтъ) и не вездѣ можетъ быть найденъ въ продажѣ. Электровозбудительная сила элемента при замѣнѣ нашатыря хлористымъ цинкомъ понижается, но весьма незначительно. Растворъ обыкновенной поваренной соли дѣйствуетъ хуже и можетъ быть употребляемъ развѣ въ томъ крайнемъ случаѣ, когда нельзя достать нашатыря.

Растворы ѣдкихъ калія и натра мною не испытывались, во 1-хъ потому что они дороги, а слѣдовательно и нежелательны для моихъ цѣлей, и во 2-хъ потому, что растворимость въ ѣдкихъ щелочахъ сурика и ихъ химическое дѣйствіе на такіе маталлы какъ мѣдь и олово при-

*) См. мою книжку: „Электрическіе Аккумуляторы" стр. 41. Замѣчу здѣсь кстати, что тамъ-же (стр. 39) было мною высказано предположеніе, подтвердившееся успѣхомъ аккумуляторовъ Коммелена и Демазюра, касательно преимуществъ *мѣдныхъ* аккумуляторовъ надъ свинцовыми.

**) Къ сожалѣнію, я не имѣлъ возможности испытать *морской воды;* думаю, однакожъ, что въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ было бы удобно, экономіи ради, наполнять суриковые элементы такою водою, если она имѣется подъ рукою.

вели бы, вѣроятно, не къ упрощенію, а къ усложненію конструкціи бутылокъ. Не подлежитъ однако сомнѣнію, что бутылочная форма вполнѣ пригодна для элементовъ съ ѣдкими щелочами, требующими герметической закупорки (во избѣжаніе поглощенія углекислоты изъ воздуха), и такой элементъ напр. Лаланда и Шаперона съ окисью мѣди могъ бы быть съ удобствомъ устроенъ въ простой бутылкѣ. Въ такомъ случаѣ вмѣсто сурика надо насыпать на дно окись мѣди, вмѣсто станіоля—кусочки желѣза (жесть или грубыя опилки), вмѣсто мѣдной проволоки, изолированной гутаперчей,—пришлось бы брать желѣзную, изолированную лакомъ, и вмѣсто раствора нашатыря—растворъ ѣдкаго калія или ѣдкаго натра. Электровозбудительная сила такой бутылки была бы лишь немногимъ выше (около 0,6—0,7 в.), но цѣна—поднялась бы значительно.

Относительно употребленія мѣдной изолированной проволоки въ бутылкахъ съ растворомъ нашатыря, я долженъ сдѣлать одну оговорку. Говоря теоретически, *мѣди* здѣсь вовсе не слѣдовало бы употреблять, потому что въ присутствіи свободной щелочи, а именно амміака, образуется водная окись мѣди, которая и растворяется въ жидкости, придавая ей темно-синій цвѣтъ. И дѣйствительно, въ *нѣкоторыхъ* (но не во всѣхъ) бутылкахъ, по истеченіи двухъ, трехъ недѣль, я замѣчалъ такое окрашиваніе раствора въ нижнихъ частяхъ, что прямо указывало на раствореніе конца мѣдной проволоки, погруженнаго въ сурикъ. Долго я не могъ себѣ объяснить, почему же въ другихъ бутылкахъ такое раствореніе мѣдной проволоки не имѣетъ мѣста, напримѣръ въ такихъ, которыя были приготовлены еще въ апрѣлѣ и маѣ; но въ настоящее время, я думаю, это обусловливается попросту тѣмъ, что въ бутылкахъ, замкнутыхъ на нѣкоторое время тотчасъ-же по ихъ изготовленіи, конецъ мѣдной проволоки *пломбируется*, т. е. покрывается слоемъ свинца и этимъ предохраняется его дальнѣйшая порча. Затѣмъ я попробовалъ неизолированные концы мѣдныхъ проволокъ амальгамировать моей мастикой (т. е. покрыть слоемъ оловянной амальгамы) и—до сихъ поръ по крайней мѣрѣ—ни одна изъ такъ устроенныхъ бутылокъ не обнаружила образованія раствора окиси мѣди. Итакъ, при употребленіи *мѣдной* проволоки я рекомендую любителямъ замкнуть токъ тотчасъ-же послѣ прилитія жидкости въ бутылки, приблизительно на 20—30 минутъ; предварительное амальгамированіе конца, погружаемаго въ сурикъ, тоже не помѣшаетъ. Тѣмъ не менѣе, все таки безопаснѣе употребить не мѣдную, а *желѣзную* проволоку, покрытую напр. асфальтовымъ лакомъ (кромѣ концовъ). Еще лучше было бы брать *свинцовую* проволоку, но ее трудно приготовить, такъ какъ свинецъ не хорошо тянется въ проволоку.—Въ настоящее время я употребляю желѣзную проволоку, въ особенности для бутылокъ заготовляемыхъ въ сухомъ видѣ.

При употребленіи нашатыря, какъ было уже сказано выше, часть сурика переходитъ въ растворъ. По всей вѣроятности здѣсь происходитъ довольно сложная реакція: 1) при дѣйствіи нашатыря (хлористаго аммонія) на сурикъ (смѣсь различныхъ окисловъ свинца) образуется, хотя и въ незначительномъ количествѣ, хлористый свинецъ (почти нерастворимый) и вслѣдствіе этого освобождается амміакъ, поглощаемый водою; 2) въ присутствіи свободнаго амміака нѣкоторая часть окисловъ свинца растворяется. Растворъ этотъ, если сурикъ лежитъ на днѣ,

распространяется въ нижней части бутылки, благодаря значительной плотности, и диффундируетъ вверхъ очень медленно. Вслѣдствіе этого пористая перегородка, наложенная поверхъ сурика, задерживаетъ такую диффузію очень явно, и—если даже по истеченіи продолжительнаго времени—растворъ окиси свинца подымется до высоты цинка, то легко видѣть, что только его нижній конецъ темнѣетъ вслѣдствіе незначительнаго осажденія свинца (если только бутылка не взбалтывается постоянно). По этимъ причинамъ я и рекомендую употреблять цинковые стержни возможно длинные, чтобы по мѣрѣ уничтоженія нижняго конца, можно было, опуская стержень глубже, обходится долго безъ его возобновленія.

Кстати, относительно пористой перегородки замѣчу, что послѣ многихъ испытаній я отказался теперь отъ употребленія *перекиси марганца*, потому что обыкновенная продажная не достаточно мелка и ее приходится еще растирать. Мнѣ кажется, что простой *мѣлъ*, въ видѣ мелкаго порошка (продается готовымъ въ любомъ магазинѣ красокъ не дороже 30 коп. пудъ) и дешевле, и лучше для этой цѣли. Его я теперь и употребляю, но только не для тѣхъ бутылокъ, которыя наполняются хлористымъ цинкомъ (ибо тогда образовался бы слой очень рыхлаго хлористаго кальція). Въ этомъ послѣднемъ случаѣ нельзя также дѣлать пористой перегородки изъ перекиси марганца, ибо она превратится въ рыхлый хлористый марганецъ. Лучше всего дѣлать тогда перегородку изъ хлопчато-бумажной ваты, бумаги и пр. Обойтись-же безъ перегородки и въ этомъ случаѣ нельзя, тѣмъ болѣе, что ничѣмъ не прикрытый и слегка не сдавленный сурикъ превращается съ поверхности въ хлористый свинецъ, очень рыхлый и нерастворимый.

Если съ одной стороны нѣкоторая растворимость сурика въ растворѣ нашатыря составляетъ безспорное неудобство моихъ гальваническихъ бутылокъ, то—не могу не обратить на это вниманія—съ другой стороны химическое взаимодѣйствіе сурика и нашатыря является желательнымъ по слѣдующимъ причинамъ: 1) порошкообразный сурикъ въ присутствіи раствора нашатыря почти твердѣетъ, обращаясь на днѣ бутылки въ сплошную массу, которая ■ возстановляется вполнѣ правильно, и представляетъ въ такомъ видѣ лучшій проводникъ. Мнѣ кажется, что здѣсь, благодаря образованію незначительнаго количества хлористаго свинца, получается нѣчто въ родѣ *хлоръ-окиси свинца*, которая (подобно хлоръ-окиси цинка) имѣетъ, вѣроятно, способность затвердѣвать въ водѣ. Во всякомъ случаѣ при употребленіи сѣрной кислоты ни сурикъ, ни чистая перекись свинца подобнымъ образомъ не затвердѣваютъ, оставаясь постоянно въ видѣ плохопроводящихъ порошковъ. Во 2) по причинѣ той-же реакціи между сурикомъ и нашатыремъ въ растворѣ постоянно имѣется свободный амміакъ, способствующій растворенію солей цинка, что при герметической закупоркѣ бутылки вовсе не можетъ считаться неудобствомъ, а обусловливаетъ—напротивъ—замѣчательное постоянство тока до тѣхъ поръ пока есть запасъ сурика и нашатыря.—Это постоянство силы пока, даваемаго моими бутылками, констатированное не только мною, но и другими лицами, подвергавшими ихъ испытанію, и составляетъ одно изъ главныхъ преимуществъ гальваническихъ бутылокъ.

Есть однако еще одно преимущество, о которомъ я до сихъ поръ не говорилъ, но которымъ мои бутылки рѣзко отличаются отъ всѣхъ

другихъ элементовъ, дающихъ постоянный токъ. Это—*пригодность ихъ быть запасными элементами*. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ очень важно имѣть подъ рукою всегда готовые къ дѣйствію элементы, которые можно было бы безъ всякаго для нихъ вреда переносить, перевозить и сохранять—пока они не нужны—неопредѣленно долгое время. Мои гальваническія бутылки именно такому условію удовлетворяютъ вполнѣ, ибо ихъ можно заготовить въ абсолютно сухомъ видѣ (т. е. безъ воды) хотя бы на десятки лѣтъ впередъ, и въ такомъ видѣ пересылать и сохранять, что при прочности взятыхъ бутылокъ не потребуетъ никакихъ особенныхъ предосторожностей. Для заготовленія запасной бутылки лучше вложить прежде всего изолированную (желѣзную) проволоку, потомъ всыпать кусочки станіоля и сурикъ, потомъ мѣлъ или—еще лучше для этого случая—наложить слой ваты между сурикомъ и мѣломъ, затѣмъ почти до верху наполнить бутылку нашатырною солью, вложить въ нее цинковый стержень и закупорить простою пробкою; концы обѣихъ проволокъ, во избѣжаніе ихъ порчи, слѣдуетъ привязать шнурочкомъ къ шейкѣ. Такъ заготовленная безъ воды бутылка не боится никакой перевозки, ни мороза. Когда же нужно ея дѣйствіе, достаточно вынуть пробку, прилить воды и подождать не болѣе 2—3 минутъ, ибо нашатырь растворяется очень быстро, а вата, мѣлъ и сурикъ смачиваются въ теченіе какихъ нибудь двухъ минутъ, пока выходитъ пузырьками воздухъ. Послѣ этого бутылка вполнѣ готова къ дѣйствію, и ее слѣдуетъ вторично закупорить, а даже—можно и залить пробку сургучемъ или смолою.

Вотъ еще одна изъ причинъ, заставившихъ меня выбрать нашатырь, такъ какъ само собою понятно, что при употребленіи напр. кислотъ невозможно приготовить такого запасного элемента, а при употребленіи другихъ солей было бы невыгодно брать ихъ избытокъ и насыщенные растворы. При нашатырѣ-же—напротивъ—выгодно имѣть не только насыщенный растворъ, но еще и съ излишнимъ запасомъ нерастворенной соли, такъ какъ тогда при томъ же количествѣ воды элементъ не такъ скоро загрязнится солями цинка. Вотъ почему какъ бы велика ни была бутылка, при заготовленіи ея въ запасъ, смѣло можно наполнить ее доверху сухимъ нашатыремъ (который, впрочемъ, очень хорошо растворимъ въ водѣ такъ что излишка, вообще говоря, останется очень немного послѣ прилитія воды), что въ свою очередь выгодно для случая перевозки, ибо не позволяетъ цинку болтаться и сухому сурику разсѣяться по всей бутылкѣ. *Ш.*

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

МЕЛКІЯ СТАТЬИ и ЗАМѢТКИ,

присылаемыя въ редакцію *).

О методѣ рѣшеній ариѳм. задачъ по даннымъ произведенію и суммѣ, или разности двухъ искомыхъ чиселъ.

Методъ этотъ состоитъ въ томъ, что находятъ всѣхъ точныхъ дѣлителей

*) Отвѣтственности за содержаніе—редакція на себя не принимаетъ. По усмотрѣнію редакціи статьи подлежатъ сокращенію. Отдѣльные оттиски мелкихъ статей авторамъ не выдаются.

даннаго произведенія и изъ нихъ выбираютъ ту пару, которая удовлетворяетъ второму условію задачи.

Покажемъ сначала, какъ находить всѣхъ дѣлителей. Возьмемъ, напримѣръ, число $480=2^5.3.5$, и выпишемъ всѣхъ его производителей въ горизонтальныя строки слѣд. обр.:

1, 2, 4, 8, 16, 32
1, 3
1, 5

Послѣ этого умножимъ всѣ числа первой строки на каждое изъ чиселъ второй, и найденныя произведенія—на каждое изъ чиселъ третьей строки, и т. д.; послѣднія произведенія дадутъ всѣхъ дѣлителей даннаго числа.

Для нашего примѣра найдемъ:

1, 2, 4, 8, 16, 32
3, 6, 12, 24, 48, 96
5, 10, 20, 40, 80, 160
15, 30, 60, 120, 240, 480

Найденные въ такомъ порядкѣ дѣлители обладаютъ слѣдующимъ свойствомъ: *Произведеніе двухъ дѣлителей, равноотстоящихъ отъ начала и конца, есть величина постоянная и равняется данному числу.*

Обобщеніе: рядъ, полученный отъ перемноженія нѣсколькихъ геометрическихъ прогрессій, обладаетъ такимъ свойствомъ, что произведеніе членовъ, равноотстоящихъ отъ начала и конца, есть величина постоянная, равная произведенію перваго и послѣдняго членовъ, если только члены ряда расположены такъ, что сначала выписаны произведенія всѣхъ членовъ первой прогрессіи на первый членъ второй прогрессіи, потомъ произведенія на второй членъ второй прогрессіи и т. д.

Теорема эта легко доказывается на основаніи свойствъ геометрической прогрессіи.

Рѣшимъ теперь для примѣра двѣ задачи:

1) „Найти два числа, сумма которыхъ 45, а произведеніе 476".

Находимъ вышеуказаннымъ пріемомъ всѣхъ дѣлителей числа 476; они будутъ:

1, 2, 4, 7, 14, 28, 17, 34, 68, 119, 238, 476.

Теперь не трудно выбрать такую пару дѣлителей, равноотстоящихъ отъ начала и конца, которая въ суммѣ даетъ 45. Именно: 28 и 17.

2) „Куплено 2 куска ситцу. первый за 1 р. 35 к., второй за 72 коп. Сколько аршинъ каждаго куплено, если извѣстно, что въ 1-мъ кускѣ было тремя аршинами болѣе, и что каждый аршинъ 1-го куска тремя копѣйками дороже аршина 2 куска?"

Если принять за искомыя число аршинъ 2-го куска и ихъ цѣну, то произведеніе искомыхъ=72; если каждое изъ нихъ увеличить на 3, то произведеніе будетъ=135 т. е. увеличится на 63; отсюда не трудно видѣть, что утроенная сумма искомыхъ равна 63 безъ 9, т. е. 54. Итакъ требуется найти два числа, сумма которыхъ 18, а произведеніе 72.

Выпишемъ всѣхъ дѣлителей числа 72:

1, 2, 4, 8, 3, 6, 12, 24, 9, 18, 36, 72

тогда легко найдемъ для искомыхъ 6 и 12.

Отсюда слѣдуетъ, что во второмъ кускѣ было 6 арш. каждый по 12 к. или—наоборотъ—12 арш. по 6 коп.—Задача, слѣдовательно, остается въ такомъ видѣ неопредѣленною.

Совершенно такъ же рѣшаются задачи, въ которыхъ требуется найти два цѣлыя числа по данному ихъ произведенію и разности.

Учитель Бѣльской Гимназіи *Р. Киричинскій.*

Числовыя теоремы, вытекающія изъ нѣкоторыхъ тождествъ.

1. *Всякій квадратъ, за исключеніемъ 1 и 4 есть разности двухъ квадратовъ.*

Дѣйствительно, всякій квадратъ есть или число нечетное, или число кратное 4-хъ. Но

$$2n+1=(n+1)^2-n^2,$$

т. е. *всякое нечетное число, за исключеніемъ 1, есть разность двухъ квадратовъ,* и во вторыхъ:

$$4n=(n+1)^2-(n-1)^2,$$

т. е. *всякое число кратное 4-хъ, за исключеніемъ 4, есть разность двухъ квадратовъ.*

2. *Произведеніе нѣсколькихъ чиселъ вида $(a^2+b^2+c^2+d^2)$ есть число токого-же вида.*

Дѣйствительно:

$$(a^2+b^2+c^2+d^2)(m^2+n^2+p^2+q^2)=(am+bn+cp+dq)^2+(an-bm-cq+dp)^2+$$
$$+(ap-cm+bq-dn)^2+(aq-dm-bp+-cn)^2.$$

Частный случай (когда $c=d=p=q=0$):

Произведеніе двухъ чиселъ, каждое изъ которыхъ есть сумма двухъ квадратовъ, также равно суммѣ двухъ квадратовъ. Напр.

$$(a^2+b^2)(m^2+n^2)=(am+bn)^2+(bm-an)^2.$$

Такъ какъ $2=(1^2+1^2)$, то имѣемъ еще слѣдствіе:

Если какое нибудь число есть сумма двухъ квадратовъ, то и произведеніе этого числа на 2^n есть сумма двухъ квадратовъ.

При n четномъ:

$$(a^2+b^2)2^{2m}=(2^m.a)^2+(2^m.b)^2;$$

при n нечетномъ:

$$(a^2+b^2)2^{2m+1}=[2^m(a+b)]^2+[2^m(a-b)]^2.$$

3. *Числа вида $2^{4k+2}+1$ суть составныя.*

Дѣйствительно:

$$x^4+1=(x^2+x\sqrt{2}+1)(x^2-x\sqrt{2}+1);$$

полагая:

$$x=2^{k+1/2}$$

найдемъ:

$$2^{4k+2}+1=(2^{k+1}+2^{k+1}+1)(2^{2k+1}-2^{k+1}+1).$$

Напримѣръ:

$$2^{58}+1=288230376151711745=5.107367629.536903681.$$

(Число это впервые было разложено Landry, который употребилъ на это разложеніе нѣсколько лѣтъ).

4. *Всякое число вида* x^4+4 *есть составное* (Теорема Sophie Germain).

Дѣйствительно:

$$x^4+4=(x^2+2x+2)(x^2-2x+2).$$

М. Попруженко (Воронежъ).

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Засѣданіе Физическаго Отдѣленія Рус. Физ.-Хим. Общества въ Спб. 26-го Сентября.

Предсѣдатель общества Θ. Θ. Петрушевскій сообщилъ собранію, что онъ отъ имени общества поздравилъ Пулковскую обсерваторію съ 50-ти лѣтнимъ юбилеемъ.— Онъ сообщилъ также, что сочленъ общества Д. И. Менделѣевъ въ продолженіи лѣта, по приглашенію Лондонскаго Королевскаго Общества прочелъ въ Лондонѣ нѣсколько публичныхъ лекцій.

И. И. Боргманъ сообщаетъ о видѣнныхъ имъ на Парижской выставкѣ опытахъ Эліу Томсона. Опыты эти воспроизводились также Абданкъ Абакановичемъ. Черезъ большой вертикально поставленный электромагнитъ пропускался сильный токъ (около 700 амперъ) поперемѣннаго направленія. На выдающуюся изъ катушки желѣзную сердцевину свободно надѣвалось мѣдное кольцо. Всякій разъ когда черезъ электромагнитъ пропускали токъ,—кольцо подкидывалось къ верху; если же его насильно удерживать вблизи полюса, то оно сильно нагрѣвалось. Докладчикъ воспроизвелъ выше описанный опытъ въ меньшихъ размѣрахъ; источникомъ тока служила батарея элементовъ, самое же кольцо было на ниткахъ подвѣшено къ вѣсамъ.— Если на полюсъ поставить стекляный сосудъ съ водой и въ воду погрузить полый мѣдный шаръ, то при пропусканіи тока шаръ всплываетъ на поверхность и начинаетъ вращаться.—Если на полюсъ эксцентрично помѣстить горизонтальный, вращающійся на остріѣ, мѣдный дискъ, то дискъ этотъ начинаетъ вращаться *).

Н. Н. Хамантовъ отъ имени Наркевичъ-Іодко сообщаетъ слѣдующее: На башнѣ физическаго Петербургскаго кабинета была поставлена катушка Румкорфа; первичная проволока была соединена съ однимъ элементомъ Грене; конецъ вторичной обмотки былъ соединенъ съ изолированнымъ остріемъ, помѣщеннымъ на открытомъ воздухѣ; если касаться другого конца вторичной спирали то получается болѣе или менѣе сильное физическое ощущеніе.—Докладчикъ однако замѣчалъ это же явленіе и тогда, когда остріе находилось въ комнатѣ; явленіе это не слѣдуетъ объяснять исключительнымъ вліяніемъ атмосфернаго электричества.

Н. Н. Хамантовъ излагаетъ новый способъ закрѣпленія магнитныхъ спектровъ. Хамантовъ покрываетъ магнитъ свѣточувствительной бумагой Сухачева и насыпаетъ на нее желѣзныя опилки. Когда опилки послѣ постукиванія пріймутъ опредѣленное расположеніе, бумагу нѣкоторое время подвергаютъ освѣщенію. Опилки снимаютъ, а бумагу погружаютъ въ воду; магнитный спектръ ясно вырисовывается. Рисунокъ этотъ закрѣпляютъ обыкновеннымъ фотографическимъ способомъ.

Д. И. Базилевскій показываетъ фотографическіе снимки, полученные имъ при помощи каммеры безъ объектива. Въ передней доскѣ прибора вмѣсто стеколъ находилось отверстіе діаметромъ въ 1 мм.—Фокусировать при этомъ не нужно, ибо близкіе и далекіе предметы изображаются одинаково рѣзко.

Въ заключеніе были показаны нѣкоторые приборы, выписанные для кабинета изъ Парижа. *О. Стр.* (Спб.)

*) Болѣе подробно эти опыты будутъ описаны въ одномъ изъ слѣдующихъ №№ „Вѣстника". *Прим. ред.*

Матем. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат. и физики. Одесса. 13 Октября 1889 года.

Ѳ. Н. Шведовъ сдѣлалъ сообщеніе „о простомъ и сложномъ въ преподаваніи“, въ основѣ котораго лежитъ слѣдующая мысль. Всѣми принимается и принималось дидактическое правило: переходить отъ простого къ сложному; но важно установить, что понимать подъ словомъ „простое“. Установивъ это понятіе референтъ прилагаетъ вышеуказанное правило къ преподаванію ариѳметики, алгебры и геометріи въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ.

Это сообщеніе вызвало оживленный обмѣнъ мыслей, результатомъ котораго явился частный вопросъ: какъ преподавать ариѳметику въ 1 классѣ? Подробное обсужденіе этого вопроса отложено до слѣдующаго засѣданія.

И. Слешинскій (Одесса).

Матем. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат и физики. Одесса. 27 Октября 1889 года.

В. В. Преображенскій сдѣлалъ сообщеніе „объ основныхъ ариѳметическихъ понятіяхъ“, въ которомъ установилъ понятія о числѣ и счетѣ и опредѣленія четырехъ ариѳметическихъ дѣйствій. Рефератъ вызвалъ продолжительныя пренія, обусловленныя большими трудностями, сопровождающими установленіе основныхъ понятій науки. *И. Слешинскій* (Одесса).

ЗАДАЧИ.

№ 515. На какомъ разстояніи отъ земли по направленію линіи, соединяющей центры земли и луны, должно находиться тѣло, чтобы оно не падало ни на землю, ни на луну. Массу луны можно принять $=\frac{1}{81}$ массы земли, а разстояніе луны отъ земли$=60,157$ земнымъ радіусамъ.

(Заимств.) *Ш.*

№ 516. По данной площади k^2 построить треугольникъ, коего стороны относятся какъ $m:n:p$. *Н. Паатовъ* (Спб.)

№ 517. Показать, что если

$$X=ax+by+cz$$
$$Y=ay+bz+cx$$
$$Z=az+bx+cy,$$

то $$X^3+Y^3+Z^3-3XYZ=(x^3+y^3+z^3-3xyz)(a^3+b^3+c^3-3abc).$$

(Заимств.) *Я. Тепляковъ.*

№ 518. Доказать, что при цѣлыхъ и положительныхъ значеніяхъ a и b сумма всѣхъ дробей вида

$$\frac{1}{(a+1)^{b+1}}$$

имѣетъ предѣломъ 1. (Теорема Гольдбаха). *А. Воиновъ* (Харьк.)

№ 519. Доказать, что средины діагоналей вписаннаго въ кругъ четыреугольника и точка пересѣченія биссекторовъ угловъ между его противоположными сторонами лежатъ на одной прямой.

З. Колтовскій (Харьковъ).

№ 520. Доказать, что во всякой треугольной пирамидѣ утроенная сумма квадратовъ трехъ реберъ, выходящихъ изъ одной вершины, равняется суммѣ квадратовъ трехъ остальныхъ реберъ, сложенной съ удевятереннымъ квадратомъ прямой, соединяющей эту вершину съ точкой пересѣченія медіанъ основанія. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

№ 521. Рѣшить уравненіе

$$D=\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 5 \\ 1 & x & 5 & 2 \\ 2 & 5 & x & 1 \\ 5 & 2 & 1 & x \end{vmatrix}=0.$$

М. Попруженко (Воронежъ).

№ 522. На основаніи AC треугольника ABC беремъ такую точку D, что

$$AD:CD=AB^2:BC^2$$

(т. е. проводимъ внутреннюю симедіану BD) и прямую BD продолжаемъ до пересѣченія въ точкѣ E съ окружностью, описанною около этого треугольника. Показать, что четыреугольникъ ABCE есть гармоническій.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

Упражненія для учениковъ.

Упростить выраженія:

1) $\mathrm{Sec}^2 a-\mathrm{tg}^2 a$.

2) $\dfrac{\mathrm{Sin}^3 a}{\mathrm{Cos}a-\mathrm{Cos}^3 a}$.

3) $\dfrac{\mathrm{Sec}^2 a-1}{\mathrm{Ctg}^2 a+1}$.

4) $(\mathrm{Sec}^2 a-1)(\mathrm{Cosec}^2 a-1)$.

5) $(\mathrm{Cos}a\,\mathrm{tg}a)^2+(\mathrm{Sin}a\,\mathrm{Ctg}a)^2$.

6) $\dfrac{\mathrm{Sin}a}{\mathrm{Sin}90^\circ+\mathrm{Cos}a}-\dfrac{\mathrm{Sin}90^\circ-\mathrm{Cos}a}{\mathrm{Sin}a}$.

7) $\dfrac{1}{1+\mathrm{tg}a}-\dfrac{1}{1-\mathrm{tg}a}$.

Провѣрить формулы:

8) $\mathrm{Sec}a-\mathrm{Cos}a=\mathrm{Sin}a\,\mathrm{tg}a$.

9) $\mathrm{tg}a+\mathrm{Ctg}a=\mathrm{Sec}a\,\mathrm{Cosec}a$.

10) $\mathrm{Sec}^2 a+\mathrm{Cosec}^2 a=\mathrm{Sec}^2 a\,\mathrm{Cos}^2 a$.

11) $\mathrm{Ctg}^2 a-\mathrm{Cos}^2 a=\mathrm{Ctg}^2 a\,\mathrm{Cos}^2 a$.

12) $\mathrm{Cos}^4 a-\mathrm{Sin}^4 a=\mathrm{Cos}2a$.

13) $\mathrm{Sin}30^\circ\,\mathrm{Sin}2a(1+\mathrm{tg}a)(1+\mathrm{Cotg}a)=(\mathrm{Sin}a+\mathrm{Cos}a)^2$.

14) $\dfrac{\mathrm{Sin}a+\mathrm{Cos}a}{\mathrm{Sec}a+\mathrm{Cosec}a}=\mathrm{Cos}(90^\circ-a)\,\mathrm{tg}(90^\circ-a)$.

15) $\dfrac{\mathrm{Sin}a+\mathrm{tg}a}{\mathrm{Ctg}a+\mathrm{Cosec}a}=\mathrm{Sin}(180^\circ-a)\,\mathrm{tg}(180^\circ+a)$.

16) $\dfrac{\mathrm{Cos}a+\mathrm{Ctg}a}{\mathrm{Cos}a-\mathrm{Ctg}a}=\dfrac{\mathrm{tg}a+\mathrm{Cosec}a}{\mathrm{tg}a-\mathrm{Cosec}a}$.

17) $\dfrac{\mathrm{Sin}a+\mathrm{Cos}a}{\mathrm{Sin}a-\mathrm{Cos}a}=\dfrac{\mathrm{tg}45^\circ+\mathrm{Ctg}a}{\mathrm{tg}45^\circ-\mathrm{Ctg}a}$.

18) $(\mathrm{Sin}a+\mathrm{Cos}a+1)(\mathrm{Sin}a+\mathrm{Cos}a-1)=\dfrac{\mathrm{Cos}0^\circ+\mathrm{Cosec}0^\circ}{\mathrm{tg}a+\mathrm{Ctg}a}$

19) $\dfrac{\mathrm{tg}^4a+1}{\mathrm{tg}^2a+\mathrm{Ctg}^2a}=\dfrac{\mathrm{tg}^4a-1}{\mathrm{tg}^2a-\mathrm{Cotg}^2a}$.

20) $\dfrac{\mathrm{Sin}(a+b)}{\mathrm{Sin}(a-b)}=\dfrac{\mathrm{tg}a+\mathrm{tg}b}{\mathrm{tg}a-\mathrm{tg}b}$.

Н. Соболевскій (Москва).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 415. На чертежѣ изображенъ квадратъ ABCD, вписанный въ другой квадратъ MNPK. При помощи этого чертежа, безъ проведенія въ немъ вспомогательныхъ линій, доказать теорему Пиѳагора.

Такъ какъ треугольникъ AMD, ANB, BCP и KDC равны между собою, то

площ. кв. MNPK=площ. кв. ABCD+4 площ. тр. ABN,

т. е.

$$MN^2=AB^2+4\frac{AN.BN}{2}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (\alpha)$$

Такъ какъ

$$MN=AM+AN=AN+BN,$$

то

$$MN^2=AN^2+2AN.BN+BN^2\ .\ .\ .\ .\ .\ (\beta)$$

Изъ (α) и (β) имѣемъ

$$AN^2+BN^2=AB^2,$$

равенство, доказывающее теорему Пиѳагора.

М—ко (Кіевъ), *Н. Шимковичъ* (Харьковъ), *С. Ржапицынъ* (Троицкъ), *Н. Николаевъ* (Пенза), *Я. Блюмбергъ* (Ревель). Ученики: Полтав. к. к. (7) *Ник...ровъ*, Курск. г. (5) *А. Ш* и (7) *А. П.*, *С. Д.* и *Т. Ш.*, Ворон. к. к. (6) *Н. В*, Черн. г. (5) *М. С.*, *И. Д.* и (6) *Ф. М.*, 1-й Спб. г. (7) *А. К*, Симб. к. к. (7) *М. Б.*, Короч. г. (8) *Н. Б.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) *П. Е.*, 2-й Кіевск. г. (7) *В. М.*, Могил. г. (7) *Я. Э*, Коллегія П. Гал. (?) *А. Я.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 8 Ноября 1889 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1890 Г.

НА ЕЖЕНЕДѢЛЬНУЮ ГАЗЕТУ

„ЗЕМСКІЙ ВРАЧЪ“

ИЗДАНІЕ ПОСВЯЩЕННОЕ ВОПРОСАМЪ ЗЕМСКОЙ МЕДИЦИНЫ.

Выходитъ въ г. Черниговѣ съ 1 іюля 1888 г. въ объемѣ отъ 1 до 2 печатныхъ листовъ въ недѣлю по слѣдующей программѣ:

1) Руководящія статьи по общимъ вопросамъ земской медицины; статьи по медицинской статистикѣ и медико-топографическіе очерки. Фабричная медицина.
2) Оригинальныя и переводныя статьи по гигіенѣ и профилактикѣ. Казуистика.
3) Популярныя статьи (въ видѣ приложеній) по вопросамъ гигіены и профилактики.
4) Рефераты, хроника, смѣсь.
5) Корреспонденціи. Отчеты о врачебныхъ съѣздахъ.
6) Объявленія.

Подписная цѣна съ доставкой и пересылкой въ годъ: **9** р. (для фельдшеровъ, фельдшерицъ и акушерокъ—**6** р.). На полгода—**4** р. **50** к. (для фельдшеровъ, фельдшерицъ и акушерокъ—**3** р.).

Подписка принимается: г. Черниговъ, Евгенію Владиміровичу Святловскому.

1—3. Редакторъ-Издатель Д-ръ *Е. Святловскій.*

ПОДПИСКА НА 1890 ГОДЪ.

„ЗАПИСКИ“

Кіевскаго Отдѣленія Императорск. Русскаго Техническ. Общества.

ПО СВЕКЛОСАХАРНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ.

Программа **„Записокъ“**, протоколы общихъ собраній Отдѣленія, засѣданій Совѣта Отдѣленія и назначаемыхъ Отдѣл. коммиссій, правительственныя распоряженія, оригинальныя изслѣдованія, разныя статьи, замѣтки, извѣстія и корреспонденціи, касающіяся разныхъ сторонъ свеклосахарной промышленности; обзоръ литературы по тому же предмету. Кромѣ того, въ „Запискахъ“ будутъ печататься **статистическія свѣдѣнія** о свеклосахарной промышленности въ Россіи, составляемыя по отчетамъ, обязательно доставляемымъ въ Департаментъ Неокладныхъ Сборовъ.

„Записки“ выходятъ **два раза въ мѣсяцъ, 24 выпуска въ годъ.**

Подписная цѣна „Записокъ“ для подписчиковъ внутри и внѣ Россіи **10 рублей въ годъ,** а для гг. членовъ Отдѣленія—5 рублей.

Подписка принимается въ **Бюро Кіевскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества,** Кіевъ, Крещатикъ, д, № 40, Барскаго.

Объявленія принимаются на слѣдующихъ условіяхъ:

	За каждую строку или ея мѣсто до 16 строкъ	более 16 строкъ
За одинъ разъ	15 коп. .	. 10 коп.
За каждый разъ свыше одного	$7^1/_2$ „ .	. 5 „

За разсылку при **„Запискахъ“** печатныхъ объявленій, рекламъ и т. п., которыя будутъ доставлены въ Бюро, взимается за одинъ разъ, съ каждаго лота по 6 руб.

Гг. подписчики и члены Отдѣленія, извѣщая Бюро о своихъ адресахъ, благоволятъ обозначать точно: имя, отчество и фамилію, также то почтовое мѣсто (съ указаніемъ губерніи и уѣзда), чрезъ которое желаютъ получать „Записки“. 1—3.

КАТАЛОГЪ ИЗДАНІЙ РЕДАКЦІИ

„ВѢСТНИКА ОП. ФИЗИКИ и ЭЛЕМ. МАТЕМАТИКИ“.

№ кат. Цѣна съ пер.

1) Ортоцентрическій треугольникъ. *Н. Шимковича*. 1886 г. . . . . . — 15 к.

2) Ученіе о логариѳмахъ въ нов. излож. *В. Морозова*. 1886 г. . . — 15 „

3) Выводъ формулы для разложенія въ рядъ логариѳмовъ. *Г. Флоринскаго* 1886 г. . . . . — 15 „

4) Комплектъ 12-ти №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе $188^6/_7$ учебн. года (I й семестръ) . . . . . . 2 р. 50 „

8) Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе $188^6/_7$ учебн. года (II-й семестръ) . . . . 2 „ 50 „

9) О землетрясеніяхъ. *Э. Шпачинскаго*. (въ пользу жителей города Вѣрнаго) 1887 г. . . . . — 50 „

10) Опредѣленіе теплоемкости тѣла по способу смѣшенія при постоянной температурѣ. Пр. *Н. Гезехуса* 1887 г. . . . . — 5 „

11) Простой способъ опредѣленія высоты плотныхъ кучевыхъ облаковъ *Г. Вульфа*. 1887 г. . . . . — 5 „

12) Формула простого маятника. Элем. геометрическій и точный выводъ ея. Пр. *Н. Слугинова*. 1887 г. . . . . — 5 „

14) Изъ исторіи ариѳметики. Умноженіе и дѣленіе. *І. Клейбера* 1888 г. — 20 „

15) Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сбошюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе $188^7/_8$ учебн. года (III-й семестръ) . . . . . 2 „ 50 „

16) О формулѣ P=MG, съ прилож. 26 задачъ. Пр. *О. Хвольсона*. 1888 г. — 20 „

17) Объ обратныхъ изображеніяхъ на сѣтчатой оболочкѣ глаза. *О. Страуса*. 1888 г. . . . . — 5 „

18) Элементарная теорія гироскоповъ. Пр. *Н. Е. Жуковскаго* 1888 г. — 20 „

19) Измѣреніе угла встрѣчи свободной поверхности ртути съ поверхностью стекла. *Г. Вульфа*. 1888 г. . . . . — 5 „

20) Одинъ изъ видовъ метода подобія. *И. Александрова*. 1888 г. . . — 5 „

21) Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ вопросовъ изъ теоріи затменій. *І. Клейбера*. 1888 г. . . . . — 20 „

22) Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат. (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе $188^7/_8$ учебн. года (IV-й семестръ) . . . . . 2 „ 50 „

23) Теорія теплоты *К. Максуэлля*. Переводъ *А. Л. Королькова*. 1888 г. 2 „ 40 „

24) Абсолютная скала температуръ. *Н Шиллера*. 1888 г. . . . . . . — 25 „

25) О нѣкоторыхъ свойствахъ зажигательной кривой. *Г. Вульфа*. 1888 г. — 20 „

27) Теорія вѣтряныхъ двигателей. *Р. Штейнгеля*. 1889 г. . . . . 1 „ 40 „

28) Методы рѣшеній ариѳмет. задачъ съ приложеніемъ 80 типичныхъ задачъ. *И. Александрова*. Изд. 3-е. 1889 г. . . . . — 35 „

29) Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе 1888 г. (V-й семестръ) . . . . 2 „ 50 „

30) Практ. руководство къ изготовленію электрическихъ приборовъ. *С. Р. Боттона*. Пер. со 2-го англ. изд. *П. Прокшина*. 1889 г. . . 1 „ 40 „

31) Ариѳметическія начала гармонизаціи. *В. Фабриціуса*. 1889 г. . . . 5 „

32) Что представляютъ собою деформаціонные токи „Брауна“? *П. Бахметьева*. 1889 г. . . . . — 5 „

33) Лучи электрической силы. *П. Бахметьева* 1889 г. . . . . . . — 5 „

34) О гальванопластикѣ. *Н. Успенскаго*. 1889 г. . . . . — 10 „

35) Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе 1889 г. (VI-й семестръ) . . . . 2 „ 50 „